

Trabajo Practico N° 3 1ro A Matemática

¡Buenas! ¿Cómo andan? Espero que bien, venimos muy bien todos. La verdad que estoy súper contento con los trabajos recibidos, espero sigan así. Vamos a ver un tema nuevo ahora que se llama teoría de conjuntos. Les voy a dar definiciones con algunos ejemplos y luego un trabajo para entregar.

Fecha de entrega: 01/06

Mail: alejandro.petrillo@gmail.com

Wtp: 11-4075-4757

Teoría de Conjuntos

Definición de un conjunto:

En matemáticas, un conjunto es una colección de elementos con características similares considerada en sí misma como un objeto. Los elementos de un conjunto, pueden ser las siguientes: personas, números, colores, letras, figuras, etc. Se dice que un elemento (o miembro) pertenece al conjunto si está definido como incluido de algún modo dentro de él.

Ejemplo:

El conjunto de los colores del arcoíris es:

$A = \{\text{Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Azul, Celeste, Violeta}\}$

Un conjunto suele definirse mediante una propiedad que todos sus elementos poseen.

Un conjunto queda definido únicamente por sus miembros y por nada más. En particular, un conjunto puede escribirse como una lista de elementos, pero cambiar el orden de dicha lista o añadir elementos repetidos no define un conjunto nuevo.

Por ejemplo:

$S = \{\text{Lunes, Martes, Miércoles, Jueves, Viernes}\} = \{\text{Martes, Viernes, Jueves, Lunes, Miércoles}\}$

$A = \{\text{Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Azul, Celeste, Violeta}\} = \{\text{Amarillo, Naranja, Rojo, Verde, Violeta, Celeste, Azul}\}$

Características de un conjunto

- . Los conjuntos suelen designarse mediante letras mayúsculas, A, B, C....
- . Los elementos del conjunto se escriben entre llaves; así: $A = \{a, b, c...\}$.
- . El conjunto vacío no tiene ningún elemento. Se representa por la letra \emptyset (similar a una O tachada).

. Un elemento pertenece a un conjunto cuando es de él. Si el elemento **a** pertenece al conjunto **A** se escribe **$a \in A$** . Si el elemento **p** no pertenece al conjunto **A** se escribe **$p \notin A$** .

Ejemplo:

El conjunto de los números del 1 al 6 es $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Y entonces podemos decir que el elemento **$5 \in E$** y el elemento **$7 \notin E$** .

Cardinal de un conjunto.

Es el número de elementos que tiene ese conjunto.

Ejemplo:

El cardinal de los conjuntos $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$, $B = \{a, e, i, o, u\}$ y $C = \{u, v, w\}$ es, respectivamente, 7, 5 y 3.

Video de elementos de un conjunto.

<https://www.youtube.com/watch?v=MY24oAocK4c>

¿Cómo escribimos un conjunto?

Tenemos dos formas de describir un conjunto, una por extensión y otra por comprensión.

Conjunto por extensión:

Para describir los elementos de un determinado conjunto los puedes mencionar uno a uno, a esto se conoce como **descripción por extensión**. Definamos A como el conjunto conformado por los colores del arco iris, en este caso podemos describir el conjunto por extensión así:

$A = \{\text{Rojo, Naranja, Amarillo, Verde, Azul, Celeste, Violeta}\}$

Si un conjunto tiene muchos elementos puedes hacer uso de los puntos suspensivos para describir el conjunto por extensión. Por ejemplo, si el conjunto W está conformado por los cien primeros números naturales, puedes representarlo de la siguiente manera:

$W = \{1, 2, 3, \dots, 98, 99, 100\}$

En este caso no se muestran los cien elementos que conforman el conjunto. Sin embargo, los puntos suspensivos representan todos los elementos que, por comodidad, no hemos escrito.

Conjunto por comprensión:

En algunos casos los conjuntos pueden tener una variada cantidad de elementos y la descripción por extensión resultaría muy molesta. Se puede entonces describir los conjuntos mencionando las características que comparten los elementos que los conforman. Por ejemplo, si C es el conjunto conformado por todos los países del mundo se puede escribir:

$$C = \{x/x \text{ es un país}\}$$

En donde la barra / se lee como “tales que”. Así, la anterior expresión se lee: “**C es el conjunto de los X tales que X es un país**”. En este caso el símbolo $\{ \}$ es usado simplemente para representar los elementos del conjunto. Otro ejemplo con números sería:

$$B = \{x / x \in N \wedge 7 \leq x \leq 28\}$$

Donde la expresión anterior se lee “**B es el conjunto de los X tales que X pertenece a los números naturales y X es mayor-igual a 7 y menor-igual a 28**”, donde esto incluiría los números 7, 8, 9, 10...27,28.

\wedge Este símbolo significa “Y”

Video con respecto a escritura de conjuntos.

<https://www.youtube.com/watch?v=RHHA-bDhfGw>

Subconjuntos

Un subconjunto de A es cualquier conjunto formado por cualquier número de elementos de A. Entre los subconjuntos de A se incluyen el conjunto \emptyset y el mismo A.

Para indicar que B es un subconjunto de A se escribe $B \subset A$, y también se lee “B está contenido en A”. Por los dicho antes, $\emptyset \subset A$ y $A \subset A$.

El símbolo \subset puede leerse al revés: \supset . Esto es, $B \subset A$ es lo mismo que $A \supset B$. (La parte abierta señala al conjunto mayor.) No debe escribirse $B \in A$ para indicar la relación $B \subset A$. Si un conjunto C no es subconjunto de A se escribe $C \not\subset A$.

Un conjunto tiene muchos subconjuntos.

Ejemplo:

Si $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, algunos subconjuntos de E son:

$\{1\}; \{6\}; \{1, 2\}; \{2, 5\}; \{2, 4, 6\}; \{3, 4, 5, 6\}; \{1, 3, 4, 5, 6\}$

Todos estos conjuntos están incluidos en A

Ejemplos

Ejemplo 1

Definir el siguiente conjunto por comprensión y decir el cardinal del conjunto.

$$A = \{3, 4, 5 \dots 109\}$$

Como vemos este conjunto, tiene los elementos que van desde 3 hasta 109. También incluidos. Entonces la idea sería escribir “todos los números naturales o X que van desde 3 hasta 109”. Como vimos más arriba, se escribirían los “X tal que X pertenecientes a los números naturales y X es mayor-igual a 3 y es menor-igual a 109”. Entonces:

$$A = \{x / x \in N \wedge 3 \leq x \leq 109\}$$

Tener en cuenta que se puede escribir con los símbolos sin el igual, pero habría que escribir a partir del 2 y del 110, para no incluirlos. Y sería:

$$A = \{x / x \in N \wedge 2 < x < 110\}$$

Esta forma también estaría bien.

Dijimos que el cardinal del conjunto es la cantidad de elementos que tiene este conjunto. Y como el conjunto A tiene los elementos que van desde el 3 al 109, como dijimos 3, 4, 5...109. Entonces tiene 107 elementos, porque si el conjunto iría del 1 al 109, tendría 109 elementos, le saco el 1 y el 2. Entonces tiene 107.

Ejemplo 2

Definir el siguiente conjunto por extensión y decir el cardinal del conjunto.

$$B = \{x / x \in N \wedge 18 < x \leq 65\}$$

En este sería “al revés”. Interpretamos que dice el conjunto “x tal que x pertenecientes a los números naturales y x es mayor a 18 y x es menor-igual a 65” Tener en cuenta que en este caso, no esta incluido el 18 y si el 65, por los símbolos de igual. Entonces en nuestro conjunto B por extensión escribiremos los números que van desde 18 (sin incluir) hasta 65 (incluido). Entonces:

$$B = \{19, 20, 21 \dots 64, 65\}$$

Escribimos los puntos suspensivos (...) para no escribir todos los números faltantes.

En este caso, el número de elementos del conjunto o cardinal. Serían todos los números que van desde 19 hasta 65. Hagamos lo mismo que antes, si el conjunto fuera de 1 a 65, tendría 65 elementos, saquemos los primeros 18 números. $65 - 18 = 43$. Entonces el conjunto B tiene 43 elementos.

Ejemplo 3

Hallar 3 subconjuntos del conjunto expresado en el ejemplo 1.

Tenemos el conjunto A

$$A = \{3, 4, 5, \dots, 109\}$$

Y dijimos más arriba que **“Un subconjunto de A es cualquier conjunto formado por cualquier número de elementos de A”**, entonces un subconjunto es un conjunto más chiquito que A con elementos que se encuentren en A. Como por ejemplo el conjunto que solo tiene a 3, 4 y 5.

$$W = \{3, 4, 5\}$$
 Este sería un subconjunto de A y lo llamo W (porque quiero y es una letra mayúscula).

¿Cómo pensamos otro? Busco conjuntos más pequeños que A con elementos de A como el 100, 101, 102, 103, 104 y 105 que todos pertenecen a A.

$$S = \{100, 101, 102, 103, 104, 105\}$$
 Este sería otro subconjunto de A y lo llamo S.

¿Otro más? Un subconjunto más es el que tiene un solo elemento de A y elijo cualquiera, me gusta el 23. Entonces:

$$F = \{23\}$$
 Y ya tengo los 3 subconjuntos de A, W, S y F. Son conjuntos más chicos que A formado con elementos de A.

Trabajo N° 3 para entregar

- Definir los siguientes conjuntos por comprensión.
 - $A = \{81, 82, 83, \dots, 190\}$
 - $B = \{2, 4, 6, 8, \dots, 22\}$
 - $C = \{7\}$
 - $D = \{ \}$
- Definir los siguientes conjuntos por extensión.
 - $E = \{x / x \in N \wedge 25 < x \leq 200\}$
 - $F = \{x / x \in N \wedge x \geq 13\}$
 - $G = \{x / x \in N \wedge 7 < x < 3\}$
 - $H = \{x / x \in N \wedge x \in 17 \wedge 21 \leq x \leq 29\}$
- Calcular el cardinal, de todos los conjuntos del ejercicio 1 y 2.
- Hallar 3 subconjuntos de los conjuntos A, C, E y F.
- Un contingente de 120 turistas salió de compras; 38 de ellos compraron alfajores y de los 65 que compraron recuerdos para regalar, 12 también compraron alfajores. Determinar: ¿Cuántos turistas compraron alfajores solamente? ¿Cuántos compraron recuerdos solamente? ¿Cuántos turistas no compraron nada?

